

**Exercícios para orientar seus estudos**  
**3ª Lista**

1) Use a regra de L'Hôpital para determinar os limites:

$$a) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{x^2-4}$$

$$d) \lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{3^{\sin \theta} - 1}{\theta}$$

$$b) \lim_{t \rightarrow -3} \frac{t^3 - 4t + 15}{t^2 - t - 12}$$

$$e) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x2^x}{2^x - 1}$$

$$c) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^3 - 2x}{7x^3 + 3}$$

2) Qual deles está correto e qual está incorreto? Justifique a sua resposta.

$$a) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{x^2-3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{1}{2x} = \frac{1}{6}$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{x^2-3} = \frac{0}{6} = 0$$

3) Calcule o valor de  $\lim_{x \rightarrow \infty} (x - \sqrt{x^2 + x})$  por representação gráfica. Depois confirme com a regra de L'Hôpital.

4) Determine a primitiva mais geral ou a integral indefinida. Confira suas respostas por diferenciação.

$$a) \int (x+1)dx$$

$$f) \int (8y - \frac{2}{y^{1/4}})dy$$

$$j) \int 7 \sin \frac{x}{3} dx$$

$$b) \int (2x^3 - 5x + 7)dx$$

$$g) \int 2x(1 - x^{-3})dx$$

$$k) \int (-3 \csc^2 x)dx$$

$$c) \int \left( \frac{1}{x^2} - x^2 - \frac{1}{3} \right) dx$$

$$h) \int \frac{t\sqrt{t} + \sqrt{t}}{t^2} dt$$

$$l) \int (e^{3x} + 5e^{-x})dx$$

$$d) \int x^{-1/3} dx$$

$$i) \int (-2 \cos t)dt$$

$$m) \int (e^{-x} + 4^x)dx$$

$$e) \int (\sqrt{x} + \sqrt[3]{x})dx$$

5) Resolva os problemas de valor inicial:

$$a) y' = 3x^{-2/3}, \quad y(-1) = -5$$

$$b) y'' = 2 - 6x, \quad y'(0) = 4, \quad y(0) = 1$$

$$c) y^{(4)} = -\sin t + \cos t, \quad y'''(0) = 7, \quad y''(0) = y'(0) = -1, \quad y(0) = 0$$

6) **Produção de pneus.** Sua empresa pode fabricar por dia  $x$  centenas de pneus com qualidade A e  $y$  centenas de pneus com qualidade B, onde  $0 \leq x \leq 4$  e  $y = \frac{40 - 10x}{5 - x}$ .

Seu lucro sobre o pneu de qualidade A é duas vezes maior que o lucro sobre o pneu de qualidade B. Qual é o número de cada tipo de pneu que torna a produção mais lucrativa?

7) Calcule as integrais:

$$a) \int_{-2}^0 (2x + 5) dx$$

$$e) \int_0^{\pi/4} \tan^2 x dx$$

$$b) \int_0^2 x(x - 3) dx$$

$$f) \int_0^{\pi/8} \sin 2x dx$$

$$c) \int_0^4 \left(3x - \frac{x^3}{4}\right) dx$$

$$g) \int_{-1}^1 (r + 1)^2 dr$$

$$d) \int_0^{\pi/3} 2 \sec^2 x dx$$

$$h) \int_{\sqrt{2}}^1 \left( \frac{u^7}{2} - \frac{1}{u^5} \right) du$$

8) Determine a área total entre a região e o eixo  $x$ .

$$a) y = -x^2 - 2x, \quad -3 \leq x \leq 2$$

$$b) y = x^3 - 3x^2 + 2x, \quad 0 \leq x \leq 2$$

9) Calcule as integrais indefinidas, usando as substituições dadas:

$$a) \int (3x + 2)(3x^2 + 4x)^4 dx, \quad u = 3x^2 + 4x$$

$$b) \int x \sin(2x^2) dx, \quad u = 2x^2$$

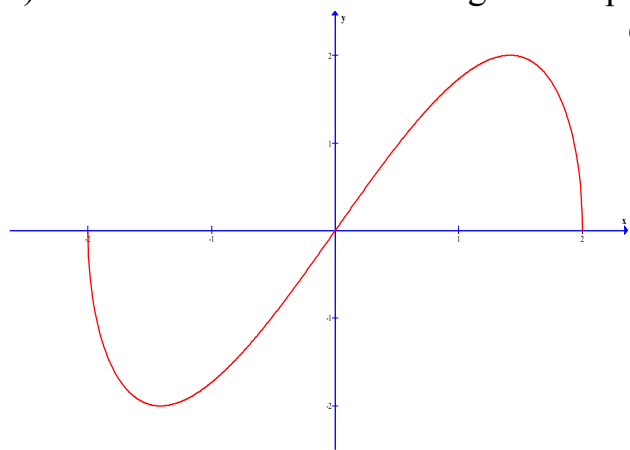
10) Use a fórmula de substituição para calcular as integrais:

$$a) \int_{-1}^1 r \sqrt{1 - r^2} dr$$

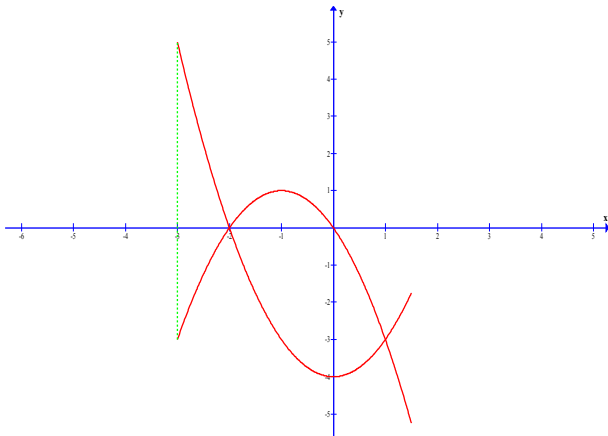
$$b) \int_0^1 t^3 (1 + t^4)^3 dt$$

$$c) \int_0^{2\pi} \frac{\cos z}{\sqrt{4 + 3 \sin z}} dz$$

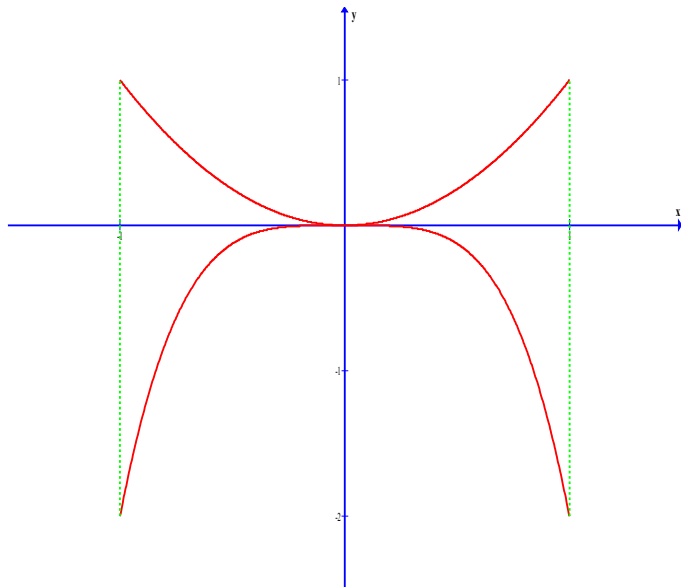
11) Determine a área total da região compreendida entre a curva  $y = x\sqrt{4 - x^2}$  e o eixo  $x$ .



12) Determine a área total compreendida entre as curvas  $y = x^2 - 4$  e  $y = -x^2 - 2x$  no intervalo de -3 a 1.



13) Calcule a área entre as curvas  $y = -2x^4$  e  $y = x^2$  no intervalo  $[-1, 1]$



14) Determine a área total da região compreendida entre a curva  $y = 4 - x^2$  e a reta  $y = -x + 2$ , no intervalo  $[-2, 3]$ .

15) Calcule as integrais:

a)  $\int \frac{2y}{y^2 - 25} dy$

b)  $\int_{\ln 2}^{\ln 3} e^x dx$

c)  $\int_1^4 \frac{(\ln x)^3}{2x} dx$

d)  $\int_{\ln 4}^{\ln 9} e^{x/2} dx$

e)  $\int 2te^{-t^2} dt$

f)  $\int \frac{e^{1/x}}{x^2} dx$

g)  $\int \frac{e^r}{1 + e^r} dr$

h)  $\int \frac{e^{\sqrt{r}}}{\sqrt{r}} dr$

i)  $\int_0^1 2^{-x} dx$

j)  $\int_1^{\sqrt{2}} x 2^{x^2} dx$

16) **Cultura de bactérias.** Uma cultura de bactérias cresce na taxa de  $3e^{0,2t}$  por hora, com  $t$  em horas e  $0 \leq t \leq 20$ .

- Quantas bactérias novas estarão na cultura após as primeiras cinco horas?
- Quantas bactérias novas são introduzidas da sexta hora a décima quarta horas?
- Para que valor aproximado de  $t$  a cultura conterà 150 bactérias novas?

17) Calcule as integrais:

$$a) \int \frac{1}{2x+7} dx$$

$$b) \int_1^2 \frac{4x}{x^2-9} dx$$

$$c) \int \frac{x}{3x^2-5} dx$$

$$d) \int \frac{x-2}{x^2-4x+9} dx$$

18) **Calor específico.** O calor específico  $c$  de um metal como a prata é constante a temperatura  $T$  acima de  $200^\circ\text{K}$ . Se a temperatura do metal aumenta de  $T_1$  a  $T_2$ , a área sob a curva  $y = c/T$  de  $T_1$  a  $T_2$  é chamada variação de entropia  $\Delta S$ , que é a medida da desordem molecular do sistema. Expresse  $\Delta S$  em termos de  $T_1$  e  $T_2$ .

19) Calcule as integrais, usando integração por partes.

$$a) \int x \operatorname{sen} \frac{x}{2} dx$$

$$f) \int x \sec^2 x dx$$

$$b) \int t^2 \cos t dt$$

$$g) \int x^3 e^x dx$$

$$c) \int x \ln x dx$$

$$h) \int e^x \operatorname{sen} x dx$$

$$d) \int x e^x dx$$

$$i) \int e^{2x} \cos 3x dx$$

$$e) \int x^2 e^{-x} dx$$

20) Calcule as integrais trigonométricas:

$$a) \int \cos^3 x \operatorname{sen}^4 x dx$$

$$e) \int \operatorname{tg}^5 x dx$$

$$b) \int \cos^2 x dx$$

$$f) \int \sec^4 x dx$$

$$c) \int \operatorname{sen}^4 x$$

$$g) \int \operatorname{tg}^3 x \sec^5 x dx$$

$$d) \int \operatorname{sen}^5 x dx$$

$$h) \int \cos 5x \cos 3x dx$$

21) Expresse os integrandos como soma de frações parciais e calcule as integrais:

$$a) \int \frac{dx}{1-x^2}$$

$$b) \int \frac{x+4}{x^2+5x-6} dx$$

$$c) \int_4^8 \frac{y}{y^2-2y-3} dy$$

$$d) \int \frac{dt}{t^3+t^2-2t}$$

22) Realize uma divisão, escreva a fração própria como soma de frações parciais e então calcule a integral.

$$a) \int \frac{2x^3-2x^2+1}{x^2-x} dx$$

$$b) \int \frac{x^4+x^2-1}{x^3+x} dx$$

23) Resolva o problema de valor inicial determinando x em função de t.

$$a) (t^2-3t+2) \frac{dx}{dt} = 1 \quad (t > 2), \quad x(3) = 0$$

24) **Reação química.** Muitas reações químicas são o resultado da interação de duas moléculas que sofrem modificação para produzir um novo produto. A velocidade da reação depende, em geral, da concentração dos dois tipos de moléculas. Se  $a$  é a quantidade da substância A e  $b$  é a quantidade da substância B no tempo  $t = 0$ , sendo  $x$  a quantidade do produto no instante  $t$ , então a velocidade de formação de  $x$  pode ser dada pela equação diferencial

$$\frac{dx}{dt} = k(a-x)(b-x) \quad \text{ou} \quad \frac{1}{(a-x)(b-x)} \frac{dx}{dt} = k$$

onde  $k$  é uma constante para a reação. Integre ambos os lados dessa equação para obter uma relação entre  $x$  e  $t$ . Considere  $x = 0$  quando  $t = 0$  e  $a \neq b$ .